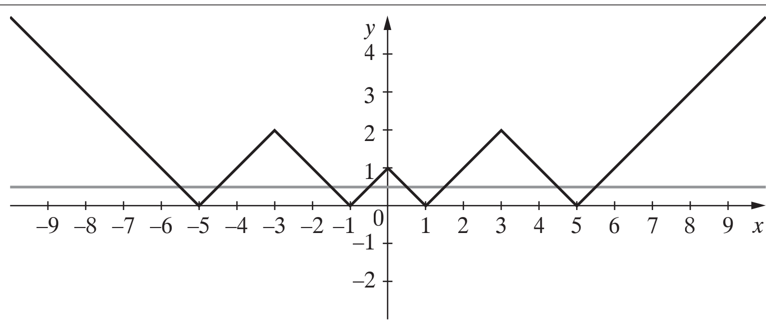
KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEM

Matematyka
Poziom rozszerzony

Listopad 2019

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B	$\sqrt{11-6\sqrt{2}}=\sqrt{9-6\sqrt{2}+2}=\sqrt{\left(3-\sqrt{2}\right)^2}=\left\|3-\sqrt{2}\right\|=3-\sqrt{2}$
2.	D	$x+3\neq 0 \wedge \frac{2x-3}{x+3}\neq 1 \wedge \frac{2x-3}{x+3}>0 \wedge x^3-x^2>0$ $x\neq -3 \wedge x\neq 6 \wedge x\in(-\infty,-3)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right) \wedge x\in(1,+\infty)$
3.	A	$\frac{W(1)-W(-1)}{2}=\frac{2^{15}+2^5}{2}=2^4\left(2^{10}+1\right)$
4.	C	 8 rozwiązań
5.	C	Wiemy, że $\frac{a+b}{2}=7$ oraz $a+b=2c$, stąd $ob=2(a+b)=28$ cm

Zadania otwarte – kodowane

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania	Liczba punktów
6.	0 2 5	$\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^2+7x+10}{x^3+8}=\lim\limits_{x\to -2}\frac{(x+2)(x+5)}{(x+2)(x^2-2x+4)}=0{,}25$	2

Zadania otwarte

Uwagi ogólne.

- Jeżeli zdający rozwiąże bezbłędnie zadanie inną metodą, nieopisaną w schemacie, ale merytorycznie poprawną, otrzymuje za to rozwiązanie maksymalną liczbę punktów.
- Za błąd rachunkowy zdający traci 1 punkt, jeżeli błąd ten nie spowodował znacznego ułatwienia lub utrudnienia zadania (wówczas należy potraktować go tak, jakby był błędem rzeczowym).
- Jeżeli zdający popełni błąd merytoryczny, otrzymuje punkty tylko za tę część zadania, którą rozwiązał do momentu popełnienia tego błędu, dalsza część nie jest oceniania (więc jeżeli zostanie on popełniony na początku, zdający otrzymuje za zadanie 0 punktów).
- Jeżeli zdający źle przepisze dane liczbowe z zadania, ale nie spowoduje to zmiany sensu zadania bądź nie ułatwi rozwiązania, wówczas za całe zadanie traci 1 punkt.
- Jeżeli zdający prawidłowo rozwiąże zadanie, ale podczas zapisywania odpowiedzi źle przepisze rozwiązanie, należy potraktować to jako błąd nieuwagi, za który zdający nie traci punktu.
- Jeżeli punkt ma być przyznany za zapisanie układu kilku równań, to równania te nie muszą być zapisane jedno pod drugim i połączone klamrą, wystarczy, że będą zapisane (w różnych miejscach).

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
7.	**Postęp:** Obliczenie pochodnej funkcji: $f'(x)=\frac{x^2+2x-8}{(x+1)^2}, x\neq -1$ (zapis $x\neq -1$ nie jest wymagany)	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie wartości funkcji dla argumentu 2: $f(2)=4$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie wartości funkcji dla argumentów 0 oraz 3: $f(0)=4$; $f(3)=4\frac{1}{4}$ Wybór odpowiednich wartości i zapisanie odpowiedzi: Najmniejsza wartość funkcji to $y=4$, a największa to $y=8$.	3
8.	**Postęp:** Zapis nierówności w postaci: $4x^2+10y^2+20-12xy-8y>0$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapis nierówności w postaci: $(2x-3y)^2+(y-4)^2+4>0$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Uzasadnienie, że dana nierówność jest zawsze prawdziwa dla $x,y\in R$.	3
9.	**Postęp:** Po wprowadzeniu oznaczeń: c – przeciwprostokątna h – wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta prostego $\frac{1}{2}c$ – środkowa poprowadzona z wierzchołka kąta prostego x – odległość między spadkiem wysokości h a połową boku c Zauważenie, że $h=\frac{ab}{c}$ oraz skorzystanie z twierdzenia Pitagorasa w powstałym trójkącie prostokątnym: $x^2=\left(\frac{1}{2}c\right)^2-\left(\frac{ab}{c}\right)^2$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Wyznaczenie $x=\frac{\lvert a^2-b^2\rvert}{2c}$	2
	Rozwiązanie bezbłędne: Wyznaczenie $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\lvert a^2-b^2\rvert}{2ab}$	3

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
10.	**Postęp:** Przekształcenie równania do postaci $\sin\left(\frac{\pi}{2}-3x\right)+\sin 7x=0$ (ALBO $\cos 3x+\cos\left(\frac{\pi}{2}-7x\right)=0$)	1
	Istotny postęp: Przekształcenie równania do postaci $2\sin\left(\frac{\pi}{4}+2x\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-5x\right)=0$ (ALBO $2\cos\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}-5x\right)=0$)	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapis wszystkich rozwiązań równań: $\sin\left(\frac{\pi}{4}+2x\right)=0$ i $\cos\left(\frac{\pi}{4}-5x\right)=0$ (ALBO $\cos\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)=0$ i $\cos\left(\frac{\pi}{4}-5x\right)=0$) w zbiorze liczb rzeczywistych, czyli $x=-\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2},\ k\in C \vee x=-\frac{\pi}{20}-\frac{k\pi}{5},\ k\in C$ (ALBO $x=-\frac{\pi}{8}-\frac{k\pi}{2},\ k\in C \vee x=-\frac{\pi}{20}-\frac{k\pi}{5},\ k\in C$) ALBO Zapis rozwiązania jednego z równań: $\sin\left(\frac{\pi}{4}+2x\right)=0$ lub $\cos\left(\frac{\pi}{4}-5x\right)=0$ (ALBO $\cos\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)=0$ lub $\cos\left(\frac{\pi}{4}-5x\right)=0$) w zbiorze $\langle 0,\pi\rangle$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: $x\in\left\{\frac{3\pi}{8},\frac{7\pi}{8},\frac{3\pi}{20},\frac{7\pi}{20},\frac{11\pi}{20},\frac{15\pi}{20},\frac{19\pi}{20}\right\}$	4
	Uwaga Za brak zapisu $k\in C$ nie trzeba odjąć punktu, o ile z dalszej części rozwiązania zadania jasno wynika, że zdający dobrze interpretuje k. Jeżeli zapisze rozwiązania bez informacji, że $k\in C$ i na tym zakończy lub dalej popełnia błędy, to za całe zadanie może dostać maksymalnie 2 punkty.	
11.	I sposób **Postęp:** Opis zdarzeń, np. B – wylosowano białą kulę za pierwszym razem C – wylosowano czarną kulę za pierwszym razem $A\mid B$ – za drugim razem wylosowano dwie białe kule, jeśli za pierwszym razem wylosowano kulę białą $A\mid C$ – za drugim razem wylosowano dwie białe kule, jeśli za pierwszym razem wylosowano kulę czarną II sposób **Postęp:** Narysowanie drzewa ilustrującego losowanie (na rysunku muszą wystąpić wszystkie istotne gałęzie).	1
	Istotny postęp: Obliczenie prawdopodobieństwa: $P(B)=\frac{1}{3}$ i $P(C)=\frac{2}{3}$ ALBO $P(B)=\frac{1}{3}$ i $P(A\mid B)=\frac{15}{91}$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	ALBO $P(C)=\frac{2}{3}$ i $P(A\mid C)=\frac{1}{13}$ ALBO $P(A\mid B)=\frac{15}{91}$ i $P(A\mid C)=\frac{1}{13}$ **Istotny postęp:** Zdający zapisze prawdopodobieństwa przynajmniej na wszystkich istotnych odcinkach jednego z etapów lub na jednej z istotnych gałęzi.	
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie prawdopodobieństwa: $P(B)=\frac{1}{3}$, $P(C)=\frac{2}{3}$, $P(A\mid B)=\frac{15}{91}$ oraz $P(A\mid C)=\frac{1}{13}$ **Pokonanie zasadniczych trudności:** Zdający zapisze prawdopodobieństwa na wszystkich istotnych gałęziach: $\frac{4}{12},\frac{6}{14},\frac{5}{13}$ oraz $\frac{8}{12},\frac{4}{13},\frac{3}{12}$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie prawdopodobieństwa: $P(A)=\frac{29}{273}$	4
	Uwaga Jeżeli zdający rozwiąże zadanie do końca i otrzyma prawdopodobieństwo ujemne lub większe od 1, to za całe rozwiązanie otrzymuje 0 punktów.	
12.	**Postęp:** Poprawnie wykonany rysunek graniastosłupa z widocznym przekrojem, który jest trapezem równoramiennym i poprawnie zaznaczonym kątem α.	1
	Istotny postęp: Obliczenie wysokości trapezu równoramiennego, np. przy wykorzystaniu funkcji sinus lub własności trójkąta prostokątnego o kątach 30°, 60°, 90°: $\frac{\sqrt{3}}{3}a$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie krótszej podstawy trapezu, np. z podobieństwa odpowiednich trójkątów: $2\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{6}a\right)=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3}a$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie pola trapezu: $P=\frac{2\sqrt{6}-1}{6}a^2$	4
	Uwaga Jeśli przekrój jest błędnie zaznaczony (np. jest trójkątem), to zdający za całe zadanie otrzymuje 0 punktów.	
13.	Rozwiązanie zadania składa się z trzech etapów: Etap I polega na zbadaniu warunku istnienia dwóch różnych pierwiastków, za ten etap zdający może otrzymać 2 punkty. Etap II polega na zbadaniu warunku podanego w zadaniu, za ten etap zdający może otrzymać 3 punkty. Etap III to podanie rozwiązania. Za ten etap zdający otrzymuje 1 punkt. Punkty za etap I i II zdobywane są niezależnie od siebie, punkt za etap III przyznawany jest tylko wtedy, gdy prawidłowo rozwiązane są etapy I i II (z ewentualnymi błędami rachunkowymi).	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Etap I • Rozwiązanie różności $a \neq 0$: $m \neq \frac{-1-\sqrt{13}}{2} \vee m \neq \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$ oraz nierówności $\Delta > 0$: $m \in \left(\frac{-3-\sqrt{34}}{2}; \frac{-3+\sqrt{34}}{2}\right)$ • Rozwiązanie nierówności $x_1 + x_2 > 0$: $m \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{-1+\sqrt{13}}{2}\right)$ oraz nierówności $x_1x_2 > 0$: $m \in \left(-\infty; \frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right) \cup \left(\frac{-1+\sqrt{13}}{2}; +\infty\right)$ Za każdą część tego etapu zdający otrzymuje po 1 punkcie. Wspólna część rozwiązań: $m \in \left(\frac{-3-\sqrt{34}}{2}; \frac{-1-\sqrt{13}}{2}\right)$	
	Uwagi 1. Jeśli zdający zapisze $\Delta \geq 0$, to otrzymuje 0 punktów za tę część Etapu I. 2. Zapis wspólnej części rozwiązań nie jest wymagany, o ile zdający poprawnie zinterpretuje powyższe warunki i odrzuci jedną z odpowiedzi na końcu zadania.	
	Etap II Rozwiązanie: $x_2 = 2x_1$ $x_1 + x_2 = 3x_1 = \frac{-(2m-1)}{m^2+m-3}$ $x_1x_2 = 2x_1^2 = \frac{2}{m^2+m-3}$ Wyznaczamy x_1 oraz x_1^2: $x_1 = \frac{-(2m-1)}{3(m^2+m-3)}$ $x_1^2 = \frac{1}{m^2+m-3}$ Wstawiamy do wyjściowego równania i otrzymujemy: $1 + \frac{-(2m-1)^2}{3(m^2+m-3)} + 2 = 0$ $5m^2 + 13m - 28 = 0$ $m_1 = 1{,}4 \vee m_2 = -4$ Po jednym punkcie zdający otrzymuje za: • wyznaczenie $x_1 = \frac{-(2m-1)}{3(m^2+m-3)}$ oraz wyznaczenie $x_1^2 = \frac{1}{m^2+m-3}$ • zapisanie $1 + \frac{-(2m-1)^2}{3(m^2+m-3)} + 2 = 0$ • obliczenie $m_1 = 1{,}4 \vee m_2 = -4$	3
	Etap III Wyznaczenie szukanej wartości parametru m z uwzględnieniem wszystkich warunków: $m = -4$	1
14.	**Postęp:** Wyznaczenie współrzędnych wierzchołków trójkąta poprzez odpowiednie układy równań zawierające podane proste: $A = (6; 1)$, $B = (2; 5)$, $C = (-6; 3)$	1

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Istotny postęp: Obliczenie DWÓCH symetralnych podanych prostych, np. jeśli $k \perp AB, l \perp BC$ oraz $m \perp AC$, wtedy $k: y = x - 1, l: y = -4x - 4$ oraz $m: y = 6x + 2$, to wystarczy wyznaczyć proste k i l ALBO proste k i m ALBO proste l i m.	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie środka okręgu S: $S = \left(-\frac{3}{5}; -\frac{8}{5}\right)$ ALBO Obliczenie kwadratu długości promienia: $r^2 = \lvert AS\rvert^2 = \frac{1258}{25}$	3
	Rozwiązanie bezbłędne: Zapisanie równania okręgu: $\left(x + \frac{3}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{1258}{25}$	4
	Uwaga Jeżeli zdający realizuje strategię rozwiązania i popełnia jedynie błędy rachunkowe, to może otrzymać 3 punkty, o ile popełnione błędy nie ułatwiają rozwiązania zadania na żadnym etapie.	
15.	**Postęp:** Zapis dziedziny nierówności uwzględniający zbieżność szeregu geometrycznego: $\left\lvert \frac{1}{x-3} \right\rvert < 1$	1
	Istotny postęp: Zapis dziedziny nierówności: $x \in (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie sumy szeregu oraz zapis nierówności z uwzględnieniem tej sumy: $\frac{1}{x-4} \geq 2 - x$	3
	Rozwiązanie prawie pełne: Przekształcenie nierówności do postaci: $(x-3)^2(x-4) \geq 0$	4
	Rozwiązanie bezbłędne: Podanie odpowiedzi: $x \in (4; +\infty)$	5
16.	Rozwiązanie zadania składa się z trzech etapów: Etap I polega na wyznaczeniu wysokości graniastosłupa za pomocą długości jego krawędzi podstawy (lub odwrotnie), zapisaniu objętości bryły jako funkcji jednej zmiennej i wyznaczeniu jej dziedziny, za ten etap zdający otrzymuje 3 punkty. Etap II polega na obliczeniu pochodnej funkcji, jej miejsc zerowych i zbadaniu z uzasadnieniem, gdzie funkcja osiąga wartość największą, za ten etap zdający otrzymuje 3 punkty. Etap III to podanie rozwiązania (objętości graniastosłupa), za ten etap zdający otrzymuje 1 punkt.	
	Etap I Oznaczenie długości krawędzi podstawy graniastosłupa jako a, a jego wysokości jako H: • Zapisanie: $S\sqrt{3} = 2 \cdot 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6aH$ • Zapisanie objętości bryły za pomocą jednej zmiennej: $V(a) = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \left(\frac{S\sqrt{3}}{6a} - \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)$ • Wyznaczenie dziedziny funkcji, korzystając z nierówności: $\frac{S\sqrt{3}}{6a} - \frac{a\sqrt{3}}{2} > 0 : a \in \left(0; \frac{\sqrt{3S}}{3}\right)$ Za każdą część tego etapu zdający otrzymuje po 1 punkcie.	3

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Etap II • Wyznaczenie pochodnej funkcji $V(a)$: $V'(a)=\frac{3}{4}\left(S-9a^2\right)$ • Obliczenie miejsc zerowych funkcji pochodnej: $a=\frac{\sqrt{S}}{3}$ • Zbadanie znaku pochodnej i prawidłowe uzasadnienie, że dla $a=\frac{\sqrt{S}}{3}$ funkcja V osiąga największą wartość: Funkcja $V(a)$ rośnie w $\left(0;\frac{\sqrt{S}}{3}\right)$ i maleje w $\left(\frac{\sqrt{S}}{3};\frac{\sqrt{3S}}{3}\right)$ Za każdą część tego etapu zdający otrzymuje po 1 punkcie.	3
	Etap III Podanie objętości bryły: $V=\frac{S\sqrt{S}}{6}$	1

Giełda maturalna - serwis do nauki on-line

TWÓJ KOD DOSTĘPU

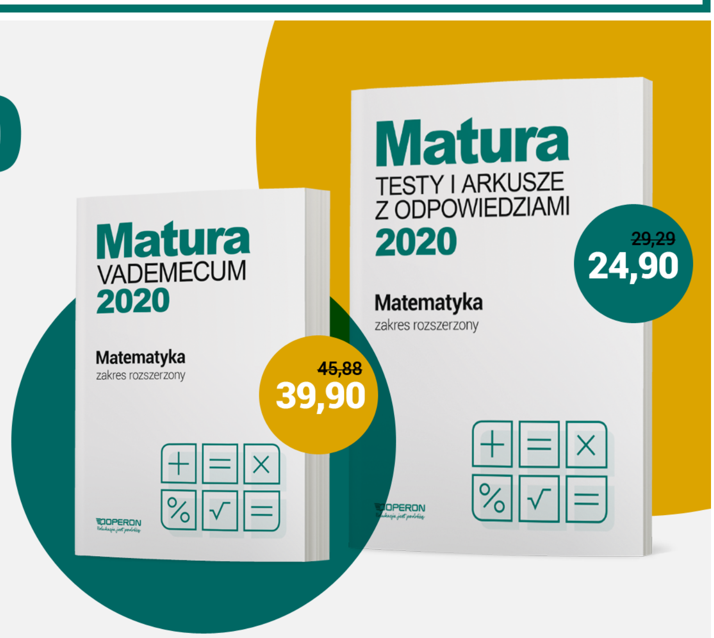
G192EE636

1. Zaloguj się na **gieldamaturalna.pl**
2. Wpisz swój kod
3. Odblokuj czasowy dostęp do bazy dodatkowych zadań i arkuszy (masz dostęp do 31.12.2019 r.)

Matura 2020
VADEMECUM I TESTY

Zestaw do powtórek
do wszystkich przedmiotów

PAKIETY **-15%** SPRAWDŹ



* *Kod umożliwia dostęp do wszystkich materiałów zawartych w serwisie gieldamaturalna.pl do 31.12.2019 r.*