KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
Próbna Matura z OPERONEM

Matematyka
Poziom rozszerzony

Listopad 2016

Zadania zamknięte

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	A	$\lvert\lvert x+3\rvert-5\rvert<2 \Leftrightarrow \lvert x+3\rvert-5<2 \wedge \lvert x+3\rvert-5>-2$ $\Leftrightarrow \lvert x+3\rvert<7 \wedge \lvert x+3\rvert>3 \Leftrightarrow (x+3<7 \wedge x+3>-7) \wedge (x+3>3 \vee x+3<-3)$ $(x\in(-10,4) \wedge x\in(-\infty,-6)\cup(0,+\infty)) \Leftrightarrow x\in(-10,-6)\cup(0,4)$
2.	A	$\mathrm{tg}\,22{,}5^\circ+\frac{1}{\mathrm{tg}\,22{,}5^\circ}=\frac{\sin 22{,}5^\circ}{\cos 22{,}5^\circ}+\frac{\cos 22{,}5^\circ}{\sin 22{,}5^\circ}=\frac{\sin^2 22{,}5^\circ+\cos^2 22{,}5^\circ}{\sin 22{,}5^\circ \cos 22{,}5^\circ}=$ $=\frac{1}{2\sin 22{,}5^\circ\cos 22{,}5^\circ}\cdot 2=\frac{2}{\sin 45^\circ}=\frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$
3.	C	Jeśli a – bok trójkąta naprzeciwko kąta 120°, to $a^2=100+36-2\cdot 10\cdot 6\cdot\cos 120^\circ$, zatem $a^2=100+36+2\cdot 10\cdot 6\cdot\frac{1}{2}\Rightarrow a=14$, $\frac{a}{\sin 120^\circ}=2R\Rightarrow R=\frac{1}{2}\cdot\frac{14}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\Rightarrow R=\frac{14\sqrt{3}}{3}$
4.	B	$W'(x)=x^3+2x^2$, $W'(x)=0\Leftrightarrow x^3+2x^2=0\Leftrightarrow x^2(x+2)=0\Rightarrow x_1=0, x_2=-2$, ale tylko w punkcie $x_2=-2$ istnieje ekstremum, ponieważ tylko tam pochodna zmienia znak, zatem istnieje tylko jedno ekstremum
5.	C	$\log_6 5+2\log_{36} 3=\log_6 5+2\cdot\frac{\log_6 3}{\log_6 36}=\log_6 5+\log_6 3=\log_5 5+\log_6 3=\log_6 15$

Zadania otwarte – kodowane

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania	Liczba punktów
6.	0 3 0	$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3-\frac{5}{n}-\frac{7}{n^2}}{5+\frac{3}{n}+\frac{2}{n^2}}-\left(\frac{2-\frac{1}{n}}{3+\frac{1}{n}}\right)^3\right)=\frac{3}{5}-\frac{8}{27}=\frac{81-40}{135}=\frac{41}{135}=$ $=0{,}303703\ldots\approx 0{,}30$	0–2

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania	Liczba punktów
7.	1 4 4	$x^3+x^2-7x+5=0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2+2x-5)=0$ $x_1=1, x_2=-1-\sqrt{6}, x_3=-1+\sqrt{6}$, największa z tych liczb, to $x_3=-1+\sqrt{6}=1,449489\ldots$	0–2
8.	7 5 5	$r^2=8\cdot 11 \Rightarrow r=2\sqrt{22}$, $L=2(2r+19)=8\sqrt{22}+38=75,523326\ldots$	0–2

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
9.	Rozwiązanie: $\frac{x-5}{4-x^2}\geq 0 \wedge 4-x^2\neq 0 \Leftrightarrow (x-5)(4-x^2)\geq 0 \wedge 4-x^2\neq 0 \Leftrightarrow$ $x\in(-\infty,-2)\cup(2,5\rangle$	0–2
	Istotny postęp: Zapisanie układu nierówności: $\frac{x-5}{4-x^2}\geq 0 \wedge 4-x^2\neq 0$	1
	Rozwiązanie pełne: Rozwiązanie układu nierówności: $x\in(-\infty,-2)\cup(2,5\rangle$	2
10.	Rozwiązanie: $f'(x)=\frac{-3(4x^3+2x)}{(x^4+x^2-75)^2}$, $f'(-3)=\frac{-3(-108-6)}{(81+9-75)^2}=\frac{38}{25}$ $P=\left(-3,\frac{1}{5}\right)$, czyli styczna ma postać: $y=\frac{38}{25}x+b$, po podstawieniu punktu $P=\left(-3,\frac{1}{5}\right)$ Otrzymujemy: $\frac{1}{5}=\frac{38}{25}\cdot(-3)+b \Rightarrow b=\frac{119}{25}$ Zatem styczna ma wzór: $y=\frac{38}{25}x+\frac{119}{25}$	0–3
	Istotny postęp: Wyznaczenie wzoru pochodnej: $f'(x)=\frac{-3(4x^3+2x)}{(x^4+x^2-75)^2}$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie pochodnej funkcji w punkcie: $f'(-3)=\frac{-3(-108-6)}{(81+9-75)^2}=\frac{38}{25}$	2
	Rozwiązanie pełne: Wyznaczenie równania stycznej: $y=\frac{38}{25}x+\frac{119}{25}$	3
11.	Rozwiązanie: Dla liczb wszystkich dodatnich prawdziwa jest nierówność: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$ Zatem: $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^2\geq 4 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2}+2+\frac{b^2}{a^2}\geq 4 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\geq 2 \Rightarrow$ $\Rightarrow \frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+3\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\geq 2+3\cdot 2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+3\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\geq 8$	0–3

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Istotny postęp: Zapisanie nierówności: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie nierówności: $\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\geq 2$	2
	Rozwiązanie pełne: Wykazanie tezy zadania: $\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+3\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\geq 2+3\cdot 2\Rightarrow \frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+3\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\geq 8$	3
12.	Rozwiązanie: $\begin{cases}\frac{a_1}{1-q}=40\\ \frac{a_1}{1-q^2}=32\end{cases}\wedge\lvert q\rvert<1\Rightarrow\begin{cases}a_1=30\\ q=\frac{1}{4}\end{cases}$	0–3
	Istotny postęp: Zapisanie równania: $\frac{a_1}{1-q}=40\wedge\lvert q\rvert<1$	1
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie układu równań: $\begin{cases}\frac{a_1}{1-q}=40\\ \frac{a_1}{1-q^2}=32\end{cases}\wedge\lvert q\rvert<1$	2
	Rozwiązanie pełne: Rozwiązanie układu równań: $\begin{cases}a_1=30\\ q=\frac{1}{4}\end{cases}$	3
13.	Rozwiązanie: $(\sin\alpha-\sin\beta)(\sin\alpha+\sin\beta)-\sin(\alpha-\beta)=0$ $2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}-\sin(\alpha-\beta)=0$ $\sin(\alpha-\beta)\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)=0$ $\sin(\alpha-\beta)(\sin(\alpha+\beta)-1)=0$ $\sin(\alpha-\beta)=0\vee\sin(\alpha+\beta)-1=0$ $\sin(\alpha-\beta)=0\vee\sin(\alpha+\beta)=1$, uwzględniając fakt, że α,β są kątami trójkąta otrzymujemy: $\alpha=\beta\vee\alpha+\beta=90°$, co kończy dowód	0–4
	Rozwiązanie, w którym jest postęp: Zapisanie równania w postaci: $(\sin\alpha-\sin\beta)(\sin\alpha+\sin\beta)-\sin(\alpha-\beta)=0$	1
	Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Zapisanie równania w postaci: $\sin(\alpha-\beta)(\sin(\alpha+\beta)-1)=0$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zapisanie równania w postaci alternatywy: $\sin(\alpha-\beta)=0\vee\sin(\alpha+\beta)=1$	3
	Rozwiązanie pełne: Uzasadnienie tezy zadania: $\alpha=\beta\vee\alpha+\beta=90°$, ponieważ α, β są kątami trójkąta.	4

<table>
<tr><th>Numer zadania</th><th>Modelowe etapy rozwiązywania zadania</th><th>Liczba punktów</th></tr>
<tr><td>14.</td><td>Rozwiązanie:
$AB: y=\sqrt{3}x-8\sqrt{3}+4$
$B=\left(x,\sqrt{3}x-8\sqrt{3}+4\right)$
$|AB|=\sqrt{(x-8)^2+\left(\sqrt{3}x-8\sqrt{3}\right)^2}$
$|AB|=2\sqrt{x^2-16x+64}=2|x-8|\Rightarrow 2|x-8|=22\Rightarrow x=19\vee x=-3$
$B=\left(19,11\sqrt{3}+4\right)\vee B=\left(-3,-11\sqrt{3}+4\right)$</td><td>0–4</td></tr>
<tr><td></td><td>Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp:
Zapisanie równania prostej $AB: y=\sqrt{3}x-8\sqrt{3}+4$</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td>Pokonanie zasadniczych trudności:
Zapisanie równania w zależności od odciętej szukanego punktu:
$B=\left(x,\sqrt{3}x-8\sqrt{3}+4\right),\ 22=\sqrt{(x-8)^2+\left(\sqrt{3}x-8\sqrt{3}\right)^2}$
lub układu równań: $\begin{cases} y=\sqrt{3}x-8\sqrt{3}+4 \\ \sqrt{(x-8)^2+(y-4)^2} \end{cases}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Rozwiązanie prawie pełne:
Rozwiązanie równania: $2|x-8|=22\Rightarrow x=19\vee x=-3$ lub rozwiązania
$x^2-16x-57=0\Rightarrow x=19\vee x=-3$</td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Rozwiązanie pełne:
Zapisanie odpowiedzi:
$B=\left(19,11\sqrt{3}+4\right)\vee B=\left(-3,-11\sqrt{3}+4\right)$</td><td>4</td></tr>
<tr><td>15.</td><td>Rozwiązanie:
Oznaczamy:
AB,CD – odpowiednio dłuższa i krótsza podstawa trapezu
$J\in AD, K\in BC, E\in JK$, gdzie JK jest odcinkiem równoległym do AB
h,H – odpowiednio wysokość trójkąta JED na podstawę JE (i jednocześnie wysokość trójkąta EKC na podstawę EK) oraz trapezu $ABCD$
G – punkt przecięcia prostych EF i AB
Najpierw wykażemy, że: $|JE|=|EK|$
Trójkąty JED i ABD oraz EKC i ABD są podobne, zatem: $\frac{|JE|}{|AB|}=\frac{h}{H}$ oraz $\frac{|KE|}{|AB|}=\frac{h}{H}$, stąd:
$\frac{|JE|}{|AB|}=\frac{|KE|}{|AB|}\Rightarrow |JE|=|KE|$
Trójkąty JEF i AGF oraz GBF i EKF są podobne, zatem: $\frac{|JE|}{|AG|}=\frac{|EF|}{|FG|}$ oraz $\frac{|KE|}{|GB|}=\frac{|FE|}{|FG|}$, stąd $\frac{|KE|}{|GB|}=\frac{|JE|}{|AG|}\wedge |JE|=|KE|\Rightarrow |BG|=|AG|$, co wykazuje tezę zadania</td><td>0–4</td></tr>
<tr><td></td><td>Rozwiązanie, w którym jest postęp:
Wprowadzenie oznaczeń:
AB,CD – odpowiednio dłuższa i krótsza podstawa trapezu
$J\in AD, K\in BC, E\in JK$, gdzie JK jest odcinkiem równoległym do AB
h,H – odpowiednio wysokość trójkąta JED na podstawę JE (i jednocześnie wysokość trójkąta EKC na podstawę EK) oraz trapezu $ABCD$
G – punkt przecięcia prostych EF i AB</td><td>1</td></tr>
</table>

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Zauważenie, że trójkąty JED i ABD oraz EKC i ABD są podobne i wykazanie, że $\lvert JE\rvert=\lvert KE\rvert$ $\frac{\lvert JE\rvert}{\lvert AB\rvert}=\frac{h}{H}$ oraz $\frac{\lvert KE\rvert}{\lvert AB\rvert}=\frac{h}{H}$, stąd: $\frac{\lvert JE\rvert}{\lvert AB\rvert}=\frac{\lvert KE\rvert}{\lvert AB\rvert}\Rightarrow\lvert JE\rvert=\lvert KE\rvert$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Zauważenie, że trójkąty JEF i AGF oraz CBF i EKF są podobne i zapisanie proporcji $\frac{\lvert JE\rvert}{\lvert AG\rvert}=\frac{\lvert EF\rvert}{\lvert FG\rvert}$ oraz $\frac{\lvert KE\rvert}{\lvert GB\rvert}=\frac{\lvert FE\rvert}{\lvert FG\rvert}$	3
	Rozwiązanie pełne: Wykazanie tezy zadania: $\frac{\lvert KE\rvert}{\lvert GB\rvert}=\frac{\lvert JE\rvert}{\lvert AG\rvert}\wedge\lvert JE\rvert=\lvert KE\rvert\Rightarrow\lvert BG\rvert=\lvert AG\rvert$	4
16.	Rozwiązanie: A – wylosowanie kuli białej z urny w drugim losowaniu B_1, B_2, B_3 – odpowiednio wylosowanie dwóch kul białych w pierwszym losowaniu, wylosowanie kuli czarnej i białej w pierwszym losowaniu, wylosowanie dwóch kul czarnych w pierwszym losowaniu $P(B_1)=\frac{\binom{5}{2}}{\binom{12}{2}}=\frac{10}{66}$, $P(B_2)=\frac{\binom{5}{1}\binom{7}{1}}{\binom{12}{2}}=\frac{35}{66}$, $P(B_3)=\frac{\binom{7}{2}}{\binom{12}{2}}=\frac{21}{66}$ $P(A/B_1)=\frac{3}{10}$, $P(A/B_2)=\frac{4}{10}$, $P(A/B_3)=\frac{5}{10}$, $P(A)=\frac{3}{10}\cdot\frac{10}{66}+\frac{4}{10}\cdot\frac{35}{66}+\frac{5}{10}\cdot\frac{21}{66}=\frac{5}{12}$	0–4
	Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Wprowadzenie oznaczeń: A – wylosowanie kuli białej z urny w drugim losowaniu B_1, B_2, B_3 – odpowiednio wylosowanie dwóch kul białych w pierwszym losowaniu, wylosowanie kuli czarnej i białej w pierwszym losowaniu, wylosowanie dwóch kul czarnych w pierwszym losowaniu	1
	Rozwiązanie, w którym jest istotny postęp: Obliczenie prawdopodobieństw: $P(A/B_1)=\frac{3}{10}$, $P(A/B_2)=\frac{4}{10}$, $P(A/B_3)=\frac{5}{10}$	2
	Pokonanie zasadniczych trudności: Obliczenie prawdopodobieństw: $P(B_1)=\frac{\binom{5}{2}}{\binom{12}{2}}=\frac{10}{66}$, $P(B_2)=\frac{\binom{5}{1}\binom{7}{1}}{\binom{12}{2}}=\frac{35}{66}$, $P(B_3)=\frac{\binom{7}{2}}{\binom{12}{2}}=\frac{21}{66}$ Rozwiązanie pełne: Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia: $A: P(A)=\frac{3}{10}\cdot\frac{10}{66}+\frac{4}{10}\cdot\frac{35}{66}+\frac{5}{10}\cdot\frac{21}{66}=\frac{5}{12}$	3 4

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
17.	Rozwiązanie: $m+1\neq 0 \wedge \Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq -1 \wedge (2m-2)^2+8(m^2-1)>0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1,+\infty) \setminus \{-1\}$ $\frac{1}{x_1^3}+\frac{1}{x_2^3}<2 \Rightarrow \frac{x_2^3+x_1^3}{x_1^3x_2^3}<2 \Rightarrow \frac{(x_1+x_2)(x_1^2-x_1x_2+x_2^2)}{(x_1x_2)^3}<2$ $\frac{(x_1+x_2)\left[(x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right]}{(x_1x_2)^3}<2 \Rightarrow \frac{\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)\left[\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)^2+6\frac{m-1}{m+1}\right]}{\left(\frac{-2m+2}{m+1}\right)^3}<2$ $\frac{10m^2-8m-2}{(m-1)^2}>-8 \Rightarrow 3m^2-4m+1>0 \Rightarrow m \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1,+\infty)$ Wyznaczamy część wspólną wszystkich warunków i otrzymujemy: $m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1,+\infty) \setminus \{-1\}$	0–5
	I część Zapisanie i rozwiązanie warunków istnienia dwóch różnych pierwiastków: $m+1\neq 0 \wedge \Delta > 0 \Leftrightarrow m \neq -1 \wedge (2m-2)^2+8(m^2-1)>0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1,+\infty) \setminus \{-1\}$	1 (za I część przyznaje się 1 pkt)
	II część Rozwiązanie warunku: suma odwrotności sześcianów pierwiastków jest mniejsza od dwóch. Zapisanie warunku w postaci: $\frac{1}{x_1^3}+\frac{1}{x_2^3}<2 \Rightarrow \frac{x_2^3+x_1^3}{x_1^2x_2^3}<2 \Rightarrow \frac{(x_1+x_2)(x_1^2-x_xx_2+x_2^2)}{(x_1x_2)^3}<2$ $\Rightarrow \frac{(x_1+x_2)\left[(x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right]}{(x_1x_2)^3}<2$	2
	Przekształcenie warunku do postaci: $\Rightarrow \frac{\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)\left[\left(\frac{2m-2}{m+1}\right)^2+6\frac{m-1}{m+1}\right]}{\left(\frac{-2m+2}{m+1}\right)^3}<2$	3
	Rozwiązanie nierówności: $\frac{10m^2-8m-2}{(m-1)^2}>-8 \Rightarrow 3m^2-4m+1>0 \Rightarrow m \in \left(-\infty, \frac{1}{3}\right) \cup (1,+\infty)$ III część Wyznaczenie części wspólnej rozwiązań wszystkich warunków: $m \in \left(-\infty, -\frac{1}{3}\right) \cup (1,+\infty) \setminus \{-1\}$	4 (za II część przyznaje się 3 pkt) 5 (za III część przyznaje się 1 pkt)

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
18.	Rozwiązanie: $P=\left(x,\frac{2}{x}\right)$, $d(P,l)=\frac{\lvert 4x+3y+6\rvert}{5}=\frac{\left\lvert 4x+\frac{6}{x}+6\right\rvert}{5}=\left\lvert\frac{4x^2+6x+6}{5x}\right\rvert$ $d(x)=\left\lvert\frac{4x^2+6x+6}{5x}\right\rvert=\frac{4x^2+6x+6}{5x}$ – ponieważ wartość wyrażenia $\frac{4x^2+6x+6}{5x}$ wartości bezwzględnej jest dodatnia, $D=(0,+\infty)$ $d'(x)=\frac{20x^2-30}{25x^2}$ $d'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{20x^2-30}{25x^2}=0 \Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{3}{2}}$ (odcięta ujemna nie należy do dziedziny funkcji) $d'(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(0,\sqrt{\frac{3}{2}}\right) \wedge d'(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(\sqrt{\frac{3}{2}},+\infty\right)$, zatem funkcja maleje w przedziale $\left(0,\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ i rośnie w przedziale $\left(\sqrt{\frac{3}{2}},+\infty\right)$, więc w punkcie $x=\sqrt{\frac{3}{2}}$ funkcja osiąga minimum będące najmniejszą wartością funkcji $P=\left(\sqrt{\frac{3}{2}},\ 2\sqrt{\frac{2}{3}}\right)$ $d\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)=\frac{4\cdot\frac{3}{2}+6\sqrt{\frac{3}{2}}+6}{5\sqrt{\frac{3}{2}}}=\frac{6+4\sqrt{6}}{5}$	0–7
	I część Wyznaczenie wzoru funkcji określającej odległość punktu hiperboli od danej prostej: Zapisanie współrzędnych punktu w postaci: $P=\left(x,\frac{2}{x}\right)$	1
	Wyznaczenie wzoru na odległość punktu od prostej: $d(x)=\frac{4x^2+6x+6}{5x}$	2
	Zapisanie dziedziny funkcji: $x\in(0,+\infty)$	3 (za I część przyznaje się 3 pkt)
	II część Zbadanie pochodnej i wyznaczenie ekstremum. Wyznaczenie wzoru pochodnej funkcji: $d'(x)=\frac{20x^2-30}{25x^2}$ Wyznaczenie miejsca zerowego pochodnej: $x=\sqrt{\frac{3}{2}}$	4 5

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
	Zbadanie znaków pochodnej i zapisanie wniosku dotyczącego minimum funkcji: $d'(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(0,\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\wedge d'(x)>0 \Leftrightarrow x\in\left(\sqrt{\frac{3}{2}},+\infty\right)$, zatem funkcja maleje w przedziale $\left(0,\sqrt{\frac{3}{2}}\right)$ i rośnie w przedziale $\left(\sqrt{\frac{3}{2}},+\infty\right)$, więc w punkcie $x=\sqrt{\frac{3}{2}}$ funkcja osiąga minimum będące najmniejszą wartością funkcji	6 (za II część przyznaje się 3 pkt)
	III część Wyznaczenie najmniejszej wartości funkcji: $d\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)=\dfrac{4\cdot\frac{3}{2}+6\sqrt{\frac{3}{2}}+6}{5\sqrt{\frac{3}{2}}}=\dfrac{6+4\sqrt{6}}{5}$	7 (za III część przyznaje się 1 pkt)